

# STÁRNUTÍ A DLOUHOVĚKOST: ZÁKONY A PROGNÓZY ÚMRTNOSTI PRO STÁRNOUCÍ POPULACE

Natalia S. Gavrilova – Leonid A. Gavrilov

## AGEING AND LONGEVITY: MORTALITY LAWS AND MORTALITY FORECASTS FOR AGEING POPULATIONS

The increase in the number of people surviving to an advanced age poses a serious challenge to the government pension systems of industrialised societies. Therefore, accurate estimates of mortality at advanced ages are essential to improve forecasts of mortality and the population size of the oldest old age group. In this article the authors present some new approaches to mortality and population projections at older ages using Swedish period life table data. Using two simple assumptions about age- and time patterns of mortality change (log-linear decline of mortality over time and exponential growth of hazard rates with age up to very advanced ages), the authors made mortality projections for Swedish males and females for the next fifty years.

**Keywords:** ageing population, mortality laws, Gompertz-Makeham law, background (component of) mortality, senescent (component of) mortality, mortality at advanced ages, mortality forecast

Demografie, 2011, 53: 109–128

Stárnutí populace je globálním fenoménem projevujícím se především v průmyslově vyspělých zemích světa. Podíl osob ve vyšším věku roste nyní v těchto státech stále rychleji, a to především vlivem prodlužující se délky života, neboť úroveň plodnosti zde již dosahuje velmi nízkých hodnot. Proces demografického stárnutí bude pravděpodobně pokračovat i během nejbližších desetiletí a nakonec může vyústit ke globálnímu sblížení podílů starších osob napříč zeměmi. Ačkoli v minulosti byl pokles plodnosti hlavním faktorem stojícím za stárnutím populace, v dnešních společnostech je tento proces způsobován především poklesem úmrtnosti ve vyšším věku. Proto jsou výzkumy zaměřené na úmrtnost těchto věkových skupin a její prognózy zvláště důležité pro kvalitní demografické odhady dalšího vývoje populačního stárnutí.

Tento článek se zaměřuje na změny úrovně úmrtnosti ve vyšším věku, protože právě tyto změny jsou dnes rozhodujícím faktorem stojícím jak za růstem střední délky života, tak za procesem stárnutí popu-

lace. Budou zde uvedeny některé nové přístupy k odhadům vývoje úmrtnosti a populačním prognózám osob ve vyšším věku.

## VYUŽITÍ PARAMETRICKÝCH MODELŮ (ZÁKONŮ ÚMRTNOSTI) PRO PROGNÓZOVÁNÍ ÚMRTNOSTI

Parametrické modely úmrtnosti představují užitečný nástroj v demografických i aktuárských prognózách úmrtnosti. Jeden z prvních a zároveň nejúspěšnějších pokusů o matematické vyjádření závislosti úrovně úmrtnosti na věku učinil anglický aktuár *Benjamin Gompertz* v roce 1825 (*Gompertz*, 1825):

$$\mu_x = R_0 \exp(\alpha x)$$

kde  $\mu_x$  značí intenzitu úmrtnosti (rizikovou funkci) ve věku  $x$ ,  $\alpha$  a  $R_0$  jsou parametry tohoto vztahu. Uvedený vztah popisující úmrtnost osob starších

20 let je označován jako Gompertzův zákon a jeho parametry pak jako Gompertzovy parametry. V pozdější době začal být Gompertzův zákon hojně užíván pro popis úmrtnosti laboratorních zvířat (*Gavrilov – Gavrilova*, 1991).

Ve své práci Gompertz poznamenal, že kromě úmrtnosti exponenciálně narůstající s věkem může existovat i taková její složka, která je na věku nezávislá: „*Je možné, že úmrtí může být důsledkem dvou obecně koexistujících příčin: jednotné riziko úmrtí bez předchozích predispozic a rostoucí riziko nebo také zvyšující se neschopnost odolat destrukci*“<sup>(1)</sup> (*Gompertz*, 1825). Nicméně pro analýzu úmrtnostních tabulek, které byly k dispozici, považoval Gompertz za možné se omezit pouze na exponenciální složku úmrtnosti. Ani ne o 35 let později, v roce 1860, přidal další aktuár, *William Makeham*, ke Gompertzově vztahu složku nezávislou na věku (*Makeham*, 1860). Tento člen, obvykle značen písmenem A, bývá nazýván jako *Makehamův parametr* (*Gavrilov – Gavrilova*, 1991). Tak byl zformulován vztah, který je označován jako *Gompertz-Makehamův zákon*:

$$\mu_x = A + R_0 \exp(\alpha x)$$

A je na věku nezávislá komponenta úmrtnosti, kterou jsme nazvali jako „backgroundová složka úmrtnosti“ nebo „backgroundová úmrtnost“<sup>(2)</sup> v anglické terminologii v souladu s pojmem „radiční pozadí“ (background radiation) (*Gavrilov – Gavrilova*, 1979; 1991). Druhý člen uvedeného vztahu je část úmrtnosti závislá na věku (*Gavrilov – Gavrilova*, 1979), která je dnes nazývána jako „senescenční složka úmrtnosti“<sup>(3)</sup> (*Bongaarts*, 2005). Z dosud uvedeného je patrné, že složka úmrtnosti závislá na věku má exponenciální průběh. Ve speciálním případě, kdy backgroundová úmrtnost může být zanedbána (např. v dobrých laboratorních podmínkách nebo v současné době v průmyslově vyspělých státech), roste celková intenzita úmrtnosti exponenciálně s věkem, tedy v souladu s *Gompertzovým zákonem*.

Gompertz-Makehamův vztah je užíván k popisu rozdělení délek života pro široké spektrum biologických druhů (octomilky<sup>4)</sup>, komáry, moučné brouky, myši, krysy, koně nebo horské ovce) včetně lidí (*Gavrilov – Gavrilova*, 1991). Podle některých výzkumů datům lépe odpovídá konkurenční Weibullův vztah (mocinný) než Gompertzův. Tyto výzkumy jsou obvykle založeny na analýze několika úmrtnostních tabulek pro populace malého rozsahu (často méně než 100 jedinců). Naše srovnávací analýza Weibullova a Gompertzova modelu byla provedena na základě dat z 260 lidských úmrtnostních tabulek a 15 tabulek pro ovocné mušky (s počátečním rozsahem 1 000 nebo více jedinců/živočichů). Bylo dokázáno, že v průměru Gompertz-Makehamův zákon lépe charakterizuje úmrtnost v dospělém věku než Weibull-Makehamův (*Gavrilov – Gavrilova*, 1991), ačkoli lze najít výjimky, kdy průběhu úmrtnostních dat lépe vyhovuje Weibullův zákon.

Bylo učiněno mnoho pokusů o modifikaci Gompertzova zákona. Nejběžnějším způsobem úpravy Gompertzovy funkce je použití tzv. logistického vztahu. Nejstarší vyjádření tohoto typu bylo navrženo Perksem. Nejnovější a také nejvíce používané pochází od Kannista, proto je také nazýváno jako *Kannistův vztah* (*Kannisto*, 1994):

$$\mu_x = \frac{B \exp(\alpha x)}{1 + B \exp(\alpha x)}$$

Výše uvedené vztahy jsou aplikovatelné na úmrtnost dospělé populace (obvykle vymezené jako starší 20 let věku). Byly však navrženy i postupy snažící se popsat průběh úmrtnosti v celém věkovém intervalu, takovým je například rovnice podle Heligmana a Pollarda (*Heligman – Pollard*, 1980) nebo Silera (*Siler*, 1979).

Parametrická vyjádření jsou využitelná v populačních projekcích díky analýze historických trendů vývoje uvažovaných parametrů. Například v publikaci

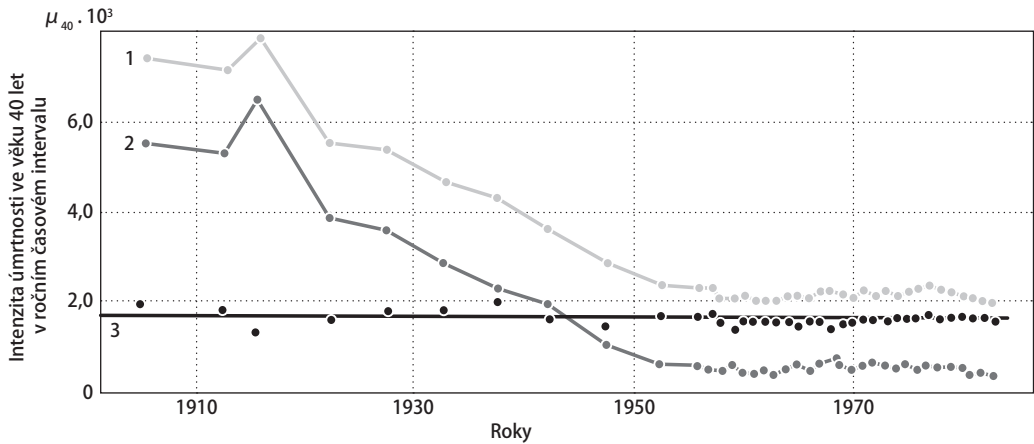
1) “It is possible that death may be the consequence of two generally coexisting causes: the one chance, without previous disposition to death or deterioration, or increased inability to withstand destruction” (*Gompertz*, 1825).

2) “The background component of mortality”, “background mortality”.

3) “Senescent component of mortality”.

4) *Drosophila*.

**Graf 1: Historické změny na věku nezávislé (backgroundové) a závislé (senescenční) úmrtnosti (na 1 000 osob) ve věku 40 let, Švédsko, muži** | Historical changes of age-independent (background) and age-dependent (senescent) mortality (per 1000) for 40-years-old Swedish males



Pramen: Gavrilov et al., 1983.

Pozn. překl.: Křivka 1 značí celkovou (pozorovanou) intenzitu úmrtnosti ve věku 40 let založenou na oficiálních švédských úmrtnostních tabulkách, křivka 2 pak její backgroundovou složku určenou na základě Gompertz-Makehamova zákona a křivka 3 senescenční složku ve věku 40 let vycházející opět z Gompertz-Makehamova zákona.

z roku 1979 se v podobné analýze historických změn vývoje úmrtnosti švédských mužů ukázalo, že na věku závislá složka úmrtnosti v Gompertz-Makehamově vztahu vykazovala překvapivou historickou stabilitu navzdory rychlému poklesu na věku nezávislé složky (Makehamova členu) (Gavrilov – Gavrilova, 1979). Další detailnější analýzy potvrdily platnost tohoto jevu (Gavrilov – Gavrilova, 1991; Gavrilov – Gavrilova – Nosov, 1983) a výzkum historických časových řad údajů o úmrtnosti ze 17 zemí umožnil formulovat závěr, že podobný vývoj byl relativně běžný (Gavrilov – Gavrilova, 1991). Graf 1 ukazuje vývoj celkové, backgroundové a senescenční úmrtnosti švédských mužů. Je patrné, že backgroundová složka úmrtnosti je jedinou složkou, která se ve studovaném časovém intervalu (1900–1970) významně změnila. Senescenční úmrtnost (obsahující dva Gompertzovy parametry) se ukázala být prakticky neměnná navzdory prudkému poklesu celkové úmrtnosti během 20. století. Je možné pozorovat, že podstatné snížení měr úmrtnosti ve Švédsku na začátku 20. století je možné vysvětlit poklesem Makehamova členu, zatímco Gompertzova komponenta zůstala ve stejném časovém období prakticky konstantní. V 60. letech 20. století, když se Makehamův člen téměř přiblížil nulové hod-

notě, se dalo předpokládat, že rychlý pokles úmrtnosti dospěl ke svému závěru. To je také to, co se skutečně v 60. letech stalo (Gavrilov et al., 1983). Tak na základě studia úmrtnostních tabulek pro první polovinu 20. století bylo možné předpokládat dosažení určitého „biologického limitu“ intenzity úmrtnosti. Podobně na začátku 20. století byla například celková úroveň úmrtnosti v Norsku podstatně vyšší v porovnání s Dánskem. Ovšem na základě toho, že Gompertzova komponenta byla v Norsku zásadně nižší, bylo možné s poklesem Makehamova členu předpokládat vývoj směřující k vzájemně opačnému postavení obou států. A to je také přesně to, k čemu později došlo (Gavrilov – Gavrilova, 1991). Stejně tak v Itálii byly na začátku 20. století míry úmrtnosti mužů a žen v zásadě vyrovnané, ale nižší biologický limit v případě žen bylo možné doložit nižší hodnotou odpovídající Gompertzovy komponenty. Na základě dat z počátku 20. století tak bylo možné odhadovat, že s postupem času úroveň úmrtnosti žen poklesne pod hodnotu mužské úmrtnosti (Gavrilov – Gavrilova, 1991). Ovšem s koncem 60. let byly odstartovány neočekávané změny ve vývoji úmrtnosti. Tyto nové trendy nebyly ještě v okamžiku provádění uvedených studií dobře identifikovatelné, ačkoli již bylo možné

zaznamenat první náznaky dalšího budoucího snižování úrovně úmrtnosti (Gavrilov – Gavrilova, 1991; Gavrilov – Nosov, 1985).

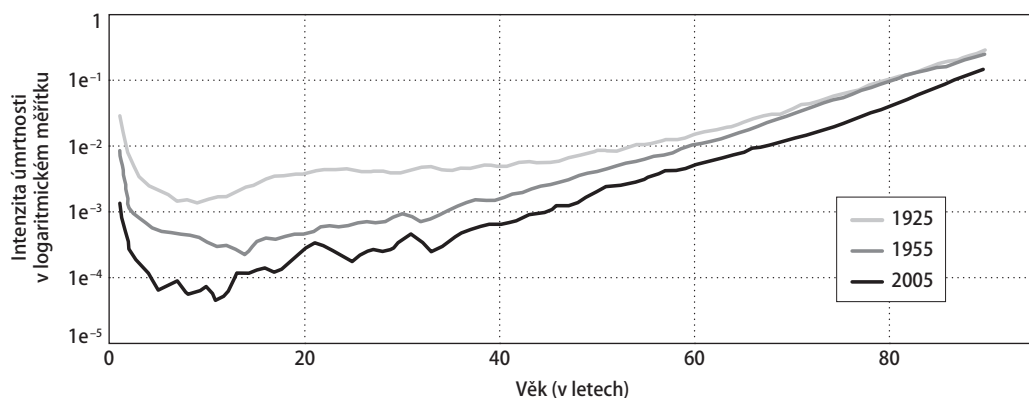
Další možnou metodu navrhl před nedávnou dobou John Bongaarts, když studoval historické trendy Gompertz-Makehamových parametrů. Jeho návrh spočíval v použití logistického vztahu pro prognózy úmrtnosti (Bongaarts, 2005). Tato modifikace byla logická, protože míry úmrtnosti použité v jeho studii (pocházející z transverzálních úmrtnostních tabulek publikovaných v rámci Human Mortality Database) byly vyrovnávány logistickou funkcí aplikovanou na věky 85 a více let (Wilmoth et al., 2007). Práce analyzovala vývojové trendy za interval let 1950 až 2000 pro 14 zemí a potvrdila pokles backgroundové úmrtnosti za stability parametru sklonu<sup>5)</sup> v Gompertzově členu odhalený v předchozích studiích. Vzhledem k omezenému počtu použitých úmrtnostních tabulek (z nichž žádná nebyla zkonstruována za období před rokem 1950) nemohla tato studie demonstrovat pokles backgroundové úmrtnosti v první polovině 20. století v plném rozsahu. Tato studie však odhalila další zajímavou pravidelnost, která nemohla být v minulosti plně prozkoumána: pokles multiplikačního parametru před exponenciálním členem v senescenční úmrtnosti. Pokles tohoto parametru (který Bongaarts nazývá jako

úrovňový parametr<sup>6)</sup>) ve spojení se stabilitou sklonu v Gompertzově členu znamená, že v průběhu času senescenční komponenta úmrtnosti v rozvinutých zemích podstupuje paralelní posun v semilogaritmických souřadnicích. Tento průběh změn v rámci úmrtnosti byl nazván jako logistický model posunu<sup>7)</sup> (Bongaarts, 2005). Bongaarts dále navrhl nový přístup k prognózám úmrtnosti založený na tomto modelu. Tento přístup je založen na odhadu parametrů logistického vztahu pro řadu let a následnou extrapolaci těchto tří hodnot (jednoho parametru reprezentujícího backgroundovou úmrtnost a dvou parametrů senescenční úmrtnosti) do budoucnosti (Bongaarts, 2005; 2009).

Graf 2 ilustruje dvě představené fáze poklesu úmrtnosti během 20. století. Při analýze úmrtnostních dat za delší časový interval je možné pozorovat mezi roky 1925 a 1955 pokles úmrtnosti ve všech věkových skupinách kromě nejstarších, kde míry úmrtnosti zůstávaly relativně stabilní. Lze si povšimnout, že průběhy úmrtnosti v letech 1925 a 1955 leží ve vyšších věcích relativně blízko sebe, což koresponduje se stabilitou senescenční úmrtnosti během první poloviny 20. století. Od poloviny století je pak možné pozorovat paralelní posun úmrtnosti, který odpovídá modelu navrženému Bongaartsem (patrně je to např. při srovnání průběhů úmrtnosti v letech 1955 a 2005).

**Graf 2: Vývoj poklesu úmrtnosti s věkem, Švédsko, ženy**

Changing patterns of mortality decline for Swedish females



5) "Slope parameter."

6) "The level parameter."

7) "Shifting logistic model."

Je důležité poznamenat, že kromě popsaného přístupu založeného na backgroundové a senescenční úmrtnosti existuje ještě jiný způsob dělení úmrtnosti. V roce 1952 se *Jean Bourgeois-Pichat* pokusil prognózovat úmrtnost populace za pomoci odlišení endogenních a exogenních příčin smrti (*Bourgeois-Pichat*, 1952). Mezi exogenní příčiny zahrnoval infekční a parazitární nemoci, nemoci dýchací soustavy, nehody, otravy a násilné trestné činy. Endogenní příčiny pak zahrnovaly zhoubné novotvary, nemoci oběhové soustavy a ostatní zbývající příčiny smrti (*Bourgeois-Pichat*, 1952). *Bourgeois-Pichat* předpokládal, že vývoj lidské úmrtnosti může být přirovnán k „erozi půdy složené ze dvou druhů horniny: křehké a pevné“. Nejdříve tak dochází k rychlé erozi „křehké horniny“ (reprezentující exogenní příčiny smrti), následně pak pomalu eroduje i „pevná hornina“ (zastupující endogenní příčiny smrti). Na základě tohoto přirovnání předpokládal, že lékařské pokroky eliminující exogenní příčiny smrti povedou k tomu, že se do popředí začnou dostávat příčiny endogenní. Takto *Bourgeois-Pichat* formuloval „koncept dočasného limitu poklesu úmrtnosti“<sup>8)</sup> a dokonce odhadl úroveň tohoto „dočasného limitu“ pro všechny věky. Tuto úroveň nazýval „biologickým limitem poklesu úmrtnosti“<sup>9)</sup> (*Bourgeois-Pichat*, 1952; 1979). Později *Carnes* a *Olshansky* rozvinuli tento přístup dále a navrhli tzv. biologicky motivované dělení úmrtnosti založené na informaci o příčinách smrti, a to na úmrtnost vnější<sup>10)</sup> a vnitřní<sup>11)</sup> (*Carnes – Olshansky*, 1997). Informace o příčinách smrti je příležitostně využívána v aktuáriske praxi při konstrukci prognóz úmrtnosti, ačkoli tyto prognózy obvykle mají tendenci podhodnocovat budoucí pokles úmrtnosti. Dělení celkové úmrtnosti do dílčích složek se ukázalo být užitečným nástrojem v oblasti úmrtnostních prognóz v minulosti, když backgroundová úmrtnost (nebo analogicky vnější úmrtnost) byla vysoká, nicméně tento přístup je méně užitečný v současnosti, kdy se backgroundová úmrtnost blíží nule a v čase se již významně nemění. Kromě toho, v některých případech je nemožné

odlišit, zda se jedná o příčinu úmrtí exogenní nebo endogenní. Například pacient může trpět více chorobami a žádná z nich by sama o sobě ke smrti nevedla, nicméně může být smrtelná jejich kombinace. Proto je tento přístup v dnešní době v demografické praxi aplikovatelný pouze omezeně.

Navzdory užitečnosti parametrického přístupu k prognózám úmrtnosti lze narazit na vážná omezení. Zásadním limitem je závislost na konkrétním analytickém vztahu, což činí tento postup příliš rigidním na to, aby mohl reagovat na možné změny ve vývoji úmrtnosti a jeho výkyvy. V následující části se pozornost zaměří na některé metody prognózování úmrtnosti založené na neparametrických přístupech.

## NEPARAMETRICKÝ PŘÍSTUP K PROGNÓZÁM ÚMRTNOSTI

Jedna z metod nejčastěji užívaných demografy a aktuáry v oblasti prognóz úmrtnosti je metoda *Lee-Carter* (*Lee – Miller*, 2001; *Lee – Carter*, 1992). Úspěch tohoto postupu vychází z modelu posunu klesající úrovně úmrtnosti pozorované v průmyslově vyspělých státech během posledních 30–50 let. Metoda *Lee-Carter* se aplikuje na úmrtnost vyjádřenou v logaritmické transformaci a je založena na níže uvedeném vzorci pro výpočet rizikové funkce (intenzity úmrtnosti) (*Lee*, 2000):

$$\ln(\mu_{x,t}) = a(x) + b(x)k(t)$$

kde  $a(x)$ ,  $b(x)$  a  $k(t)$  jsou parametry modelu, které je třeba odhadnout. Model nemá pouze jedno řešení, a proto *Lee* a *Carter* navrhli využití několika omezení (*Lee*, 2000; *Lee – Carter*, 1992):

$$\sum_t k(t) = 0; \quad \sum_x b(x) = 1$$

První zmíněná podmínka v praxi znamená, že parametr  $a(x)$  je vlastně průměrem logaritmů intenzity úmrtnosti ve věku  $x$  v čase. V první fázi výpočtu *Lee-Carter* metody jsou odhadnuty koeficienty  $a(x)$  a  $b(x)$ .

8) “The concept of a temporary limit on mortality decline.”

9) “The biological limit of mortality decline.”

10) “Extrinsic.”

11) “Intrinsic.”

Ve druhé fázi jsou odhadnuty empirické hodnoty koeficientů  $k(t)$  za použití vztahu (Lee, 2000):

$$D_t = \sum \exp(a_x + b_x k_t) N_{x,t}$$

kde  $D_t$  je celkový počet zemřelých v roce  $t$  a  $N_{x,t}$  je velikost populace ve věku  $x$  v roce  $t$ .

Časové řady hodnot koeficientů  $k$  mohou být ze základního období extrapolovány do budoucnosti, k čemuž lze využít lineární extrapolaci.

Lze si povšimnout, že postup Lee-Carter modelu je logaritmy intenzity úmrtnosti (nikoli její absolutní hodnoty) a je tedy založen na multiplikativním modelu změny úmrtnosti v čase (na rozdíl od aditivního přístupu aplikovaném v případě Gompertz-Makehamova modelu). Na druhou stranu postup Lee-Carter nestojí na žádném konkrétním parametrickém vztahu a umožňuje vytvořit kompaktní popis velké sady úmrtnostních dat bez nadměrné ztráty informace. V kontrastu s agregovanými ukazateli, jako je například střední délka života, odhad parametrů modelu Lee-Carter umožňuje rekonstruovat hodnoty specifických měř úmrtnosti a jejich vývoj v čase s dostatečnou přesností. Omezení tohoto přístupu se pojí s předpokladem, že historický vývoj úmrtnosti ve všech věkových skupinách je ovlivňován pouze jedním faktorem (parametrem  $b$ ) (Lee, 2000). Podle výsledků faktorové analýzy vývoje úmrtnosti (podrobněji viz příloha) se však tento přístup ukazuje jako příliš zjednodušující (Gavrilov – Gavrilova, 1991; Gavrilov – Nosov, 1985). Například faktorová analýza aplikovaná na vývoj úmrtnosti v období let 1900 až 2007 v rozvinutých zemích odhalila, že za pozorovaným poklesem stojí nejméně dva faktory měnící se v čase (jiný faktor stojí za poklesem úmrtnosti mladších věkových skupin a jiný starších věkových skupin). Jednofaktorový model mohl být aplikovatelný pouze na starší historická období (před polovinou 20. století), kdy pokles hodnot měř úmrtnosti byl způsobován především poklesem backgroundové úmrtnosti (Makehamův parametr Gompertz-Makehamova zákona) (Gavrilov

– Gavrilova, 1991; Gavrilov et al., 1983). Je tedy zřejmé, že Lee-Carter model není dobře aplikovatelný na modelování úmrtnosti během období let 1900–1950, kvůli spíše aditivnímu než multiplikativnímu charakteru poklesu úmrtnosti v tomto období.

Pro překonání limitů jednofaktorového modelu úmrtnosti a pro zjištění skutečného počtu faktorů stojících za změnami úmrtnosti v čase jsme provedli faktorovou analýzu na úmrtnostních datech pro Švédsko v období 1900–2008 (podrobněji viz příloha). Byla využita tzv. P-technika faktorové analýzy<sup>12)</sup> aplikovaná na pozorování za rozdílné časové okamžiky (hodnoty rizikové funkce z různých let) pro věky od 25 do 85 let (Uberla, 1977). Použili jsme faktorovou analýzu s metodou rotace promax ve statistickém software Stata, verze 11. Data za muže a ženy byla zpracována odděleně. Uvedeným postupem jsme identifikovali dva faktory vysvětlující společně téměř 98 % variability změn hodnot měř úmrtnosti v čase. Tím by pro přesnější popis vývoje úmrtnosti měl být preferován model v následujícím tvaru:

$$\mu(x, t) = a_0(x) + a_1(x) F_1(t) + a_2(x) F_2(t)$$

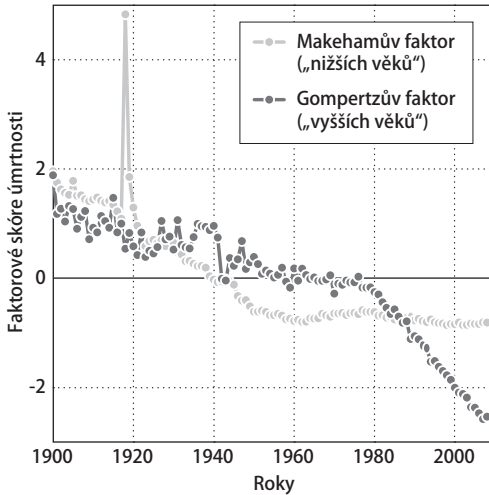
kde  $x$  značí věk,  $t$  je čas,  $\alpha_0(x)$ ,  $\alpha_1(x)$ ,  $\alpha_2(x)$  jsou tři sady parametrů závislých pouze na věku a  $F_1(t)$  a  $F_2(t)$  jsou dvě sady parametrů závislé pouze na čase (sady koeficientů vystupující z faktorové analýzy).

Při studiu změn těchto faktorů v čase je možné zaznamenat, že první faktor (srovnatelný s Makehamovou komponentou, pozorovaný v mladších věkových skupinách – tab. 3 v příloze) klesal od začátku století. Druhý faktor (odpovídající senescenční úmrtnosti a týkající se především vyšších věkových skupin) zůstal během studovaného období let 1900–1950 pozoruhodně stabilní (grafy 3, 4). Bez nejnovějších dat by bylo možné očekávat pokračování historické stability tohoto faktoru. Jenže, jak již bylo zmíněno, od poloviny 20. století nastala radikální změna a úmrtnost začala klesat ve vyšším věku, zatímco v nižším již dosáhla velmi nízké úrovně blízké nule. Tak se pomoci

12) “P-technique of factor analysis” – pozn. překl.: Jedná se o metodu umožňující provedení faktorové analýzy na proměnných charakterizujících jednu nebo jen malý počet studovaných jednotek. Hodnoty proměnných jsou sledovány v čase a do analýzy vstupují jako časové řady. Nalezení pozitivní korelace ve vývoji těchto proměnných indikuje určitý stupeň funkční závislosti (a vede tedy k vytvoření faktoru zahrnujícího takové proměnné).

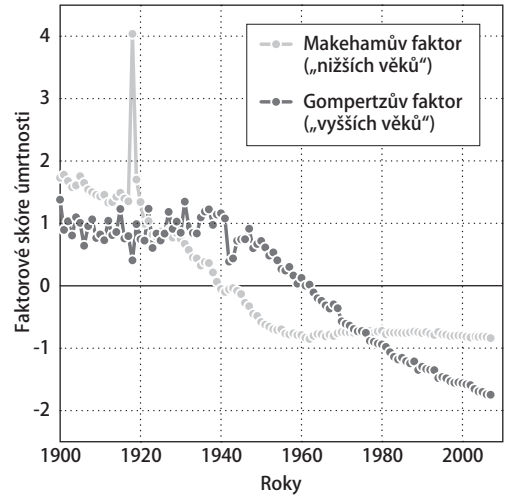
**Graf 3: Vývoj faktorových skóre pro faktory „nižších věků“ a „vyšších věků“ v čase, Švédsko, muži**

Time dependence of factor scores for 'young-age' and 'old-age' factors for Swedish males



**Graf 4: Vývoj faktorových skóre pro faktory „nižších věků“ a „vyšších věků“ v čase, Švédsko, ženy**

Time dependence of factor scores for 'young-age' and 'old-age' factors for Swedish females



Pozn. překl.: Makehamův faktor (Makeham-like factor) reprezentuje faktor odpovídající hodnotám mladších věků ve faktorové analýze, Gompertzův faktor (Gompertz-like factor) je faktorem zastupujícím spíše starší věky – odtud pramení i jejich označení.

faktorové analýzy časových řad v posledních letech potvrdilo snižování úmrtnosti především ve vyšších věkových skupinách. Také se ukázalo, že senescenční faktor pro populaci mužů začal prudce klesat až později ve srovnání se ženami.

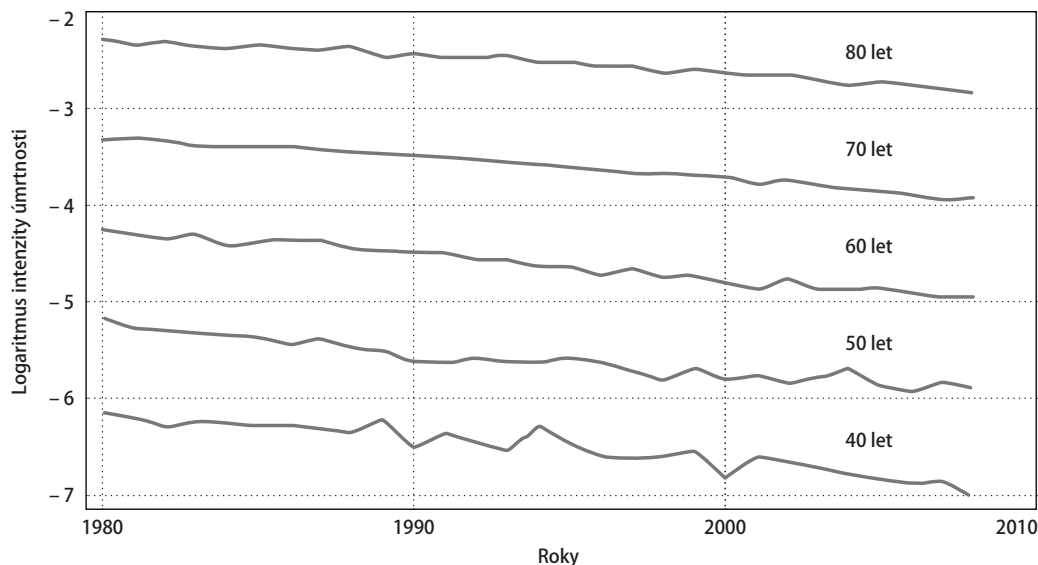
Pozorování před rokem 1950 mohou sice historickou řadu dat jako celek obohatit, ale mohou také zkreslit výsledky prognóz úmrtnosti. Pro budoucí prognózy je výhodnější použít co nejnovější data, která zohledňují změnu ve struktuře poklesu úmrtnosti. Jaké závěry lze na základě uvedeného vyvodit? V minulosti bylo možné předpokládat existenci biologického limitu ležícího za pozorovanými mírami úmrtnosti. Bylo však dokázáno, že tento limit může být stlačen pomocí technologického a medicínského pokroku. Ačkoli se nedá předpokládat, že by intenzita úmrtnosti mohla poklesnout na nulovou hodnotu, v krátkém období vykazuje jednoznačně klesající trend.

Přístup založený na faktorové analýze má několik výhod. Za prvé je díky němu možné určit počet faktorů, které ovlivňují změny úmrtnosti v čase. Za druhé tento postup umožňuje vymezit časový interval, ve kterém uvažované faktory zůstávají stabilní

nebo naopak prochází rychlými změnami. Například grafy 3 a 4 jasně ukazují, že druhý faktor byl v minulosti relativně stabilní, ale nyní rychle klesá jak pro muže, tak pro ženy. Tento pokles však začal pro muže o téměř 30 let později než v případě žen. Většina jiných metod prognózování úmrtnosti nedokáže identifikovat nejvhodnější základní období, ze kterého by změny v úrovni úmrtnosti měly být použity pro extrapolaci do dalších let. Například pro metodu Lee-Carter je navrženo využít co nejdelší časový interval. Je jasné, že takový přístup pak nevede k dosažení nejpřesnějších prognóz vývoje úmrtnosti. Za užití výsledků faktorové analýzy můžeme předpokládat, že rok 1980 je nejvhodnějším rokem pro zahájení prognóz úmrtnosti a období let 1980–2008 pak lze považovat za optimální základní období, ze kterého mohou být empirická data využita k extrapolaci úmrtnosti. Po roce 1980 senescenční faktor vykazuje stabilní lineární pokles a je logické předpokládat, že tento pokles bude pokračovat i v dohledné budoucnosti.

Pokud vezmeme v úvahu model posunu úmrtnosti, lze předpokládat, že úmrtnost po roce 1980 může

Graf 5: Lineární změny logaritmu intenzity úmrtnosti pro vybrané věky (40, 50, 60, 70 a 80 let) po roce 1980, Švédsko, muži | Linear changes of the logarithm of hazard rate at different ages after 1980 for Swedish men



být vyjádřena pomocí následujícího logaritmicko-lineárního modelu s podobným sklonem pro všechny dospělé věkové skupiny:

$$\ln(\mu_{x,t}) = a(x) - kt$$

Graf 5 dokládá platnost navrženého modelu na populaci švédských mužů. Je zřejmé, že úmrtnost v logaritmickém měřítku klesá lineárně a se stejným sklonem ve všech sledovaných věkových skupinách. Podobná pravidelnost je pozorovatelná i pro švédské ženy.

Na tomto místě navrhuje použití modelu posunu úmrtnosti s parametrem sklonu založeném na změnách měř úmrtnosti pozorovaných po roce 1980. Analyzována byla dosud úmrtnost ve věkovém intervalu 25–85 let. Zde ovšem vystupuje otázka ohledně průběhu úmrtnosti v nejvyšším věku. Bongaarts použil logistický vztah pro modelování úmrtnosti a tento vztah je v současné době nejpobulárnějším způsobem modelování úmrtnosti ve vysokém věku. Je vhodné tento způsob použít pro prognózy úmrtnosti ve vy-

sokém věku? Tuto otázku se pokusíme zodpovědět v následující části.

## PRŮBĚH ÚMRTNOSTI V NEJVYŠŠÍM VĚKU

V dnešní době je považován za potvrzený fakt, že průběh úmrtnosti v nejvyšších věcích má tendenci se odchylovat od průběhu Gompertzova zákona, takže pro vyjádření lidské úmrtnosti je často využíván logistický model (*Horiuchi and Wilmoth, 1998*). Protože ve většině zemí do nejvyšších věků přežívá jen velmi malý počet osob, je obtížné za tyto věky odhadovat míry úmrtnosti. Data za mimořádně dlouho žijící jedince jsou vzácná a jsou často nadhodnocována. Tradiční demografické odhady úmrtnosti založené na transverzálních datech naráží na dobře známý problém jak kvantifikovat jmenovatel ukazatele. Přesnější odhady je možné získat prostřednictvím metody vymřelých generací<sup>13)</sup> (*Vincent, 1951*). Pro získání kvalitnějších odhadů úmrtnosti v nejvyšších věcích jsou vědci nuceni použít data agregovaná za

13) "Method of extinct generations."



více časových období. Jednoleté úmrtnostní tabulky pro většinu zemí obsahují jen velmi malé počty přeživajících do věku 100 let, což činí odhady úmrtnosti v těchto nejvyšších věcích nespolehlivými. Sloučení dat za zemřelé za více kalendářních let však vytváří heterogenní soubor případů z různých generací narozených. Zpomalení nárůstu úmrtnosti pozorované v nejvyšších věcích může být právě důsledkem této heterogenity v datech. Navíc mnohé, pro odhady úmrtnosti běžně přijímané, předpoklady ohledně rozložení zemřelých během věkového/časového intervalu nelze nadále v nejvyšších věcích považovat za platné, protože v nich je úmrtnost již extrémně vysoká. Zpomalení nárůstu úmrtnosti ve vysokých věcích a z něj vyplývající „mortality plateau“<sup>14</sup>) (typické pro logistickou funkci) jsou často prezentovány jako univerzální zákon úmrtnosti. Existence „mortality plateau“ je skutečně doložená pro množství nižších organismů, většinou hmyz, jako např. ovocné mušky, příslušníky hmyzí čeledi vrtulovitých<sup>15</sup>) nebo mouchy domácí (*Carey et al.*, 1992; *Curtsinger et al.*, 1992; *Curtsinger – Gavrilova – Gavrilov*, 2006; *Gavrilov – Gavrilova*, 2006; *Vaupel et al.*, 1998). V případě savců jsou však data mnohem kontroverznější. Ačkoli Lindop a Sacher publikovali údaje o zpomalujícím nárůstu úmrtnosti ve vyšším věku v krátkém časovém období v případě myši (*Lindop*, 1961; *Sacher*, 1966), Austad později argumentoval, že v případě hlodavců se zpomalení nárůstu úmrtnosti s věkem nepotvrdilo dokonce ani v případě velkých výběrů (*Austad*, 2001). Studie provedená na vzorku pavíánů nepřinesla žádné důkazy o zpomalujícím nárůstu úmrtnosti v nejvyšších věcích (*Bronikowski et al.*, 2002). Tento jev nebyl pozorován ani při nedávném výzkumu úmrtnosti u primátů (*Bronikowski et al.*, 2011). V případě lidských populací nebyl tento problém dosud vyřešen kvůli nedostatku dat a/nebo jejich nízké spolehlivosti. Proto je nutné provést více studií na větších vzorcích lidských kohort, aby bylo možné s jistotou definovat skutečný průběh úmrtnosti v nejvyšších věcích. Provedli jsme výzkum založený na

analýze dat převzatých z databáze zemřelých správy sociálního pojištění USA (U. S. Social Security Administration Death Master File, dále jen SSA DMF nebo DMF). DMF je veřejně dostupný zdroj dat, který umožňuje vyhledávat jedince zemřelé v USA za použití různých vyhledávacích kritérií: data narození, data úmrtí, jména a příjmení, čísla sociálního pojištění<sup>16</sup>), posledního místa bydliště, aj. Tento zdroj dat pokrývá zemřelé v období let 1937–2010 a zachycuje přibližně 95 % záznamů o úmrtí vedených v Národním soupisu zemřelých<sup>17</sup>) (*Sesso – Paffenbarger – Lee*, 2000). Podle ostatních odhadů DMF pokrývá okolo 92–96 % zemřelých ve věku vyšším než 65 let (*Hill – Rosenwaikie*, 2001).

V naší studii bylo využito dat z DMF pro analýzu dynamiky vývoje úmrtnosti ve věcích 88 a více let. Výhodou tohoto datového zdroje je, že umožňuje studium některých již vymřelých generací pokrytých DMF pomocí metody vymřelých generací (*Kannisto*, 1988; 1994; *Vincent*, 1951). Údaje dostupné z DMF zahrnují jména zemřelých, jejich číslo sociálního pojištění, den, měsíc a rok narození, měsíc a rok smrti, vydání čísla sociálního pojištění a místo posledního bydliště. Pro provedenou studii byla využita data z DMF za jedince, kteří žili 88 a více let a zemřeli do roku 2011. Databáze DMF je specifická v tom, že obsahuje záznamy o velkém počtu kohort narozených, z nichž pocházeli zemřelí v nejvyšším věku. V analýze tak byly použity ukazatele úmrtnosti počítané pro generace, které jsou homogennější vzhledem k roku narození a životním historiím. Dostupnost informací za měsíc narození a měsíc úmrtí poskytuje jedinečnou příležitost počítat míry úmrtnosti podle měsíců věku, což je důležité především při studiu extrémně vysoké úmrtnosti ve věku 100 a více let. Navzdory různým omezením tento zdroj dat umožňuje získat detailní odhady o úrovni úmrtnosti v nejvyšších věcích. Stejný zdroj dat byl již použit pro ověření věku stoletých a starších zemřelých při studii rodinných historií těchto osob (*Gavrilova – Gavrilov*, 2007). Navíc je tento zdroj užitečný pro

14) Pozn. překl.: „Mortality plateau“ je označení zploštění křivky úmrtnosti v nejvyšších věcích vyjadřující výrazně pomalejší až téměř nulový nárůst intenzity úmrtnosti s věkem.

15) Např. vrtule velkohlavé často také nazývané jako ovocné mušky.

16) “Social security number.”

17) “National Death Index.”

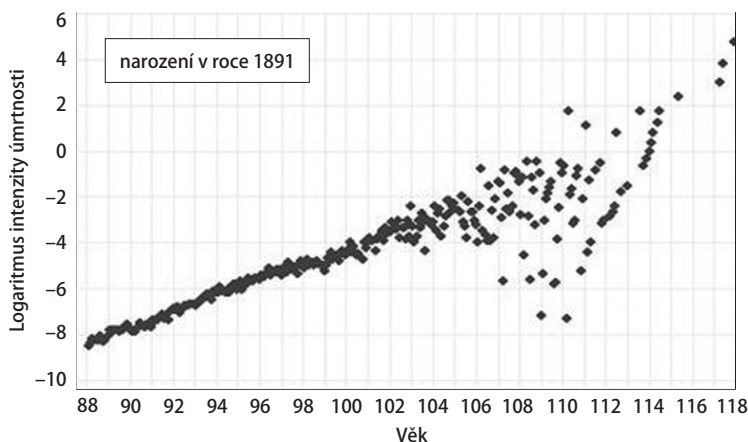
odhady úmrtnosti některých vymřelých nebo téměř vymřelých generací v USA.

Získali jsme data za osoby narozené v letech 1875–1895, které zemřely před rokem 2011. Za předpokladu, že počet přežívajících osob z těchto kohort je v roce 2010 blízky nule, je možné konstruovat kohortní úmrtnostní tabulky za použití metody vymřelých generací, která je považovaná za nejpřesnější postup při analýze úmrtnosti nejstarších osob (Kannisto, 1994). V prvním kroku provedené analýzy byly spočítány individuální délky života v dokončených

měsících: **Délka života v měsících = (rok úmrtí – rok narození) x 12 + měsíc úmrtí – měsíc narození**. Za použití této informace je již možné odhadovat intenzitu úmrtnosti podle měsíců délky života podle standardních postupů analýzy přežívání. Všechny výpočty byly opět provedeny za využití statistického software Stata, verze 11 (StataCorp, 2009). Tento software počítá neparametrické odhady základních funkcí přežívání včetně Nelsonova-Aalenova odhadu rizikové funkce<sup>18)</sup> (intenzity úmrtnosti). V rámci této studie byly délky života měřeny v měsících, takže i odhady rizikové funkce byly původně v přepočtu na jeden měsíc. Za účelem srovnatelnosti s ostatními publikovanými studii, které tradičně používají roční měřítko, byly měsíční údaje transformovány na běžné roční vynásobením odhadů konstantou rovnou 12 (jeden měsíc ve jmenovateli vztahu pro rizikovou funkci je roven 1/12 roku). Je třeba poznamenat, že riziková funkce (intenzita úmrtnosti) může, na rozdíl od pravděpodobnosti úmrtí, dosahovat i hodnot větších než 1, a proto její logaritmus může být větší než 0 (a takové hodnoty lze skutečně v určitých případech pozorovat v nejvyšších věcích). V tomto příspěvku

**Graf 6: Věkově specifické hodnoty intenzity úmrtnosti (v logaritmicím měřítku) populace USA pro narozené v roce 1891. Data pochází z databáze systému sociální pojištění (SSA DMF)**

Age-specific hazard rates (log scale) for the US population born in 1891.  
Data from the Social Security Administration's Death Master File

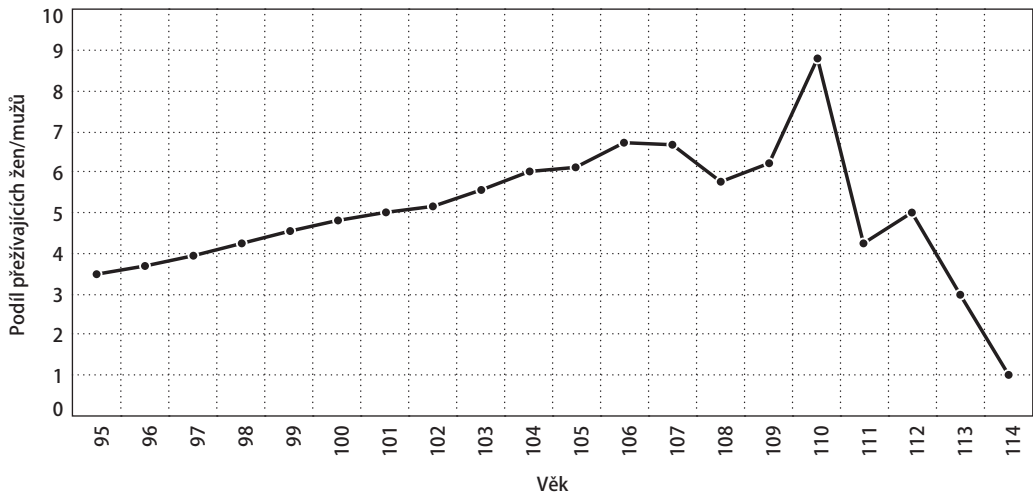


byla soustředěna pozornost na generace narozených v letech 1886–1895, protože jsme zjistili, že kvalita dat za starší kohorty není dostatečně dobrá.

Výsledky odhadů intenzity úmrtnosti pro kohortu 1891 jsou prezentovány v grafu 6. Je patrné, že průběh úmrtnosti v semilogaritmicím měřítku je lineární až do věku 105–106 let, po tomto věku data začínají vykazovat rostoucí variabilitu signalizující klesající kvalitu dat (je však třeba uvážit i možnost chybného uvádění věku). Jedním ze způsobů hodnocení kvality dat v nejvyšším věku je výpočet podílu žijících žen a mužů. Vzhledem k tomu, že úmrtnost žen je vždy nižší než v případě mužů, je logické očekávat, že podíl žen v populaci bude s věkem růst. Na druhou stranu starší muži mají tendenci nadhodnocovat svůj věk a u populací s nedokonalou registrací je patrný relativní převis mužů ve vysokých věcích (Caselli et al., 2006; Willcox et al., 2008). Spočítali jsme podíl žen a mužů pro generace 1887–1892 ve věku nad 95 let na datech z SSA DMF. Graf 7 ukazuje tento podíl na souhrnu dat za kohorty 1887–1892 (tyto kohorty mají podobnou úroveň úmrtnosti). Je vidět, že podíl žen a mužů s věkem stabilně narůstá, a to až do vě-

18) "Nelson-Aalen estimator of hazard rate."

**Graf 7: Pozorované hodnoty podílu žijících žen a mužů ve vyšším věku pro agregované kohorty 1887–1892. Při dobré kvalitě dat je předpokládán nárůst tohoto podílu s věkem** | Observed female to male ratio at advanced ages for the combined 1887–1892 birth cohort. If the data are of good quality then this ratio should grow with age



ku okolo 106–107 let. Po tomto věku relativní podíl žen začíná klesat, což signalizuje snižující se kvalitu deklarace věku. Proto lze předpokládat, že odhady intenzity úmrtnosti získané z dat SSA DMF jsou z hlediska kvality akceptovatelné až do věku zhruba 106 let. Z tohoto důvodu jsme pro modelování úmrtnosti použili věkový interval 88–106 let.

Dalším krokem výzkumu bylo srovnání dvou konkurenčních modelů úmrtnosti ve vyšších věcích – Gompertzova a logistického modelu – za použití dat dostatečně dobré kvality. Výše popsany postup zhodnocení kvality dat ukázal, že registrace věku mezi nejstaršími osobami v USA je dostatečné kvality až do věku 106 let. To znamená, že srovnání modelů úmrtnosti za tímto věkem není již možné z důvodu nízké kvality dat vztahujících se k úmrtnosti. Bylo zjištěno, že deklarace věku osob zahrnutých do systému sociálního pojištění je v jižních státech USA významně méně přesná, než je tomu v severních státech, a to bez ohledu na rasovou příslušnost (Rosenwaike – Stone, 2003). Z tohoto důvodu byl pro výzkum použit jen vzorek dat za zemřelé osoby příslušné do severních států a narozených v letech 1886–1895, za které lze očekávat dostatečnou kvalitu dat. Pro modelování úmrtnosti ve věcích 88–106 let byl aplikován Gompertzův a logistický (Kannistův) model (Thatcher – Kannisto – Vaupel,

1998), parametry byly odhadovány pomocí metody nelineární regrese. Výpočty byly provedeny, stejně jako v předchozích částech analýzy, za použití statistického software Stata, verze 11 (StataCorp, 2009). Kvalita modelu byla hodnocena pomocí Bayesova informačního kritéria (Bayesian information criterion, dále jen BIC). Tabulka 1 (viz příloha) ukazuje hodnoty BIC pro oba modely, Gompertzův i logistický, pro deset studovaných kohort. V 8 případech (analyzovaných kohortách) z 10 Gompertzův model lépe odpovídá datům (nižší hodnota BIC) ve věkovém intervalu 88–106 let než logistický model.

Zároveň nelze přijmout závěr, že Gompertzův model lépe odpovídá datům o úmrtnosti ve věku nad 106 let než logistický, vzhledem k nižší kvalitě dat v těchto věcích. Data však ukazují, že Gompertzův model dobře odpovídá datům o úmrtnosti do věku 106 let. Vzhledem k tomu, že přežití věku 106 let je spíše výjimečnou událostí, lze pro demografickou praxi navrhnout jako výhodnější pro konstrukci kohortních úmrtnostních tabulek užití spíše Gompertzova než logistického modelu. V takovém případě může být modelování úmrtnosti provedeno nejdříve pro rizikovou funkci (intenzitu úmrtnosti) a následně mohou být na základě jejich odhadnutých hodnot odvozeny hodnoty všech tabulkových funkcí (včetně

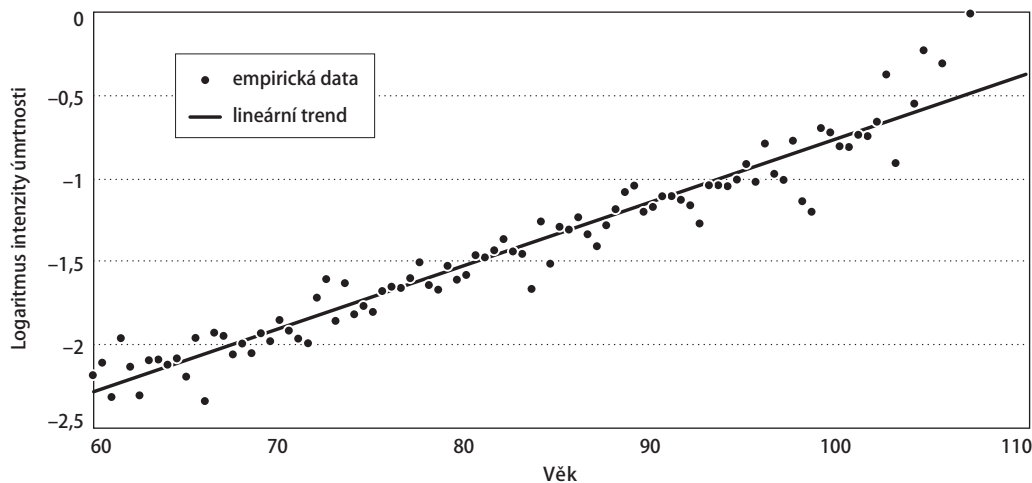
pravděpodobnosti úmrtí,  $q_x$ ). Tak lze Gompertzův model považovat za výhodný pro věky do 106 let. Při srovnání dat z DMF s publikovaným aktuárským zpracováním úmrtnostní tabulky pro kohortu 1900 v USA (Bell – Wade – Goss, 1992) lze zaznamenat, že odhady úmrtnosti na základě dat z DMF jsou podobné výstupům z kohortních tabulek pro rok 1900. Odhad Gompertzova parametru sklonu pro kohortu 1894 a pro věkový interval 88–106 let získaný pomocí metody maximální věrohodnosti na základě dat z DMF (hodnota 0,0786 při přepočtu na roční období, 95% interval spolehlivosti: 0,0786–0,0787) se v podstatě neliší od odhadu stejného parametru počítaného za věky 40–104 let na základě tabulky pro generaci narozenou v roce 1900 (hodnota 0,0785, 95% interval spolehlivosti: 0,0772–0,0797).

Naše studie úmrtnosti v nejvyšších věcích provedená na datech z DMF dokládá, že pro jednotlivé kohorty, na kterých je úmrtnost zkoumána a které jsou relativně homogenní, se neprojevuje zpomalování nárůstu úmrtnosti s věkem. Pro nezávislé ověření našich zjištění jsme použili odlišný soubor dat. Sestavili jsme a následně analyzovali novou databázi 1 711 ověřených údajů o stoletých a starších osobách narozených v USA v letech 1880–1895 a jejich 13 392 sourozenců, kteří žili kratší dobu. Tato data byla vy-

brána z veřejně dostupné databáze „Rootsweb“ za použití webové automatizované aplikace pro získání informací o stoletých a délkách života jejich rodičů a většiny sourozenců. Další ověření udávaného věku bylo provedeno prostřednictvím SSA DMF a starších sčítání lidu, což zajistilo vysokou kvalitu životních historií zkoumaných stoletých a starších osob a především informací o jejich sourozencích. Pro studium úmrtnosti jsme vybrali ty sourozence, kteří se narodili před rokem 1880, tj. v jiném časovém období než zkoumaní století muži a ženy. Takto bylo identifikováno 1 895 sourozenců narozených v letech 1856–1879 a z nich 1 681 přežilo do věku 60 a více let – jejich údaje byly použity pro analýzu. Graf 8 ukazuje průběh intenzity úmrtnosti (v semilogaritmickém měřítku) pro tuto skupinu analyzovaných sourozenců. Odhady intenzity úmrtnosti byly pomocí aktuárských metod provedeny pro 6měsíční věkové intervaly (Kimball, 1960). Navzdory relativně heterogennímu složení tohoto vzorku populace (více generací narozených, obě pohlaví) průběh úmrtnosti po věku 60 let nevykazuje zpomalování nárůstu úmrtnosti s věkem. Tento příklad naznačuje, že zpomalování nárůstu úmrtnosti ve vyšším věku není univerzálním jevem, ale spíše výsledkem nepřesné registrace věku, heterogenity dat a problémů s vlastním odhadem intenzity úmrtnosti.

**Graf 8: Intenzita úmrtnosti podle věku pro 1 681 sourozenců (narozených před rokem 1880 a žijících déle než 60 let) stoletých a starších osob. Intenzita úmrtnosti byla odhadována za 6měsíční věkové intervaly**  
Age-specific hazard rate for 1681 siblings of centenarians born before 1880 and living to 60 years and more.

The hazard rate was estimated for six-month age intervals



Protože vysokých věků se dožívá jen velmi málo osob, je často při konstrukci standardních úmrtnostních tabulek nutné použít data za více let, aby byl použitý vzorek populace dostatečně velký. Naše práce ukazuje, že zpomalení rychlosti nárůstu úmrtnosti s věkem, pozorované na odhadnutých intenzitách úmrtnosti, může být částečně důsledkem heterogenity v datech. Pro lepší porozumění průběhu úmrtnosti v nejvyšších věcích tedy zůstává ještě hodně prostoru pro další výzkum. Druhým problémem, kterým jsme se zabývali, je snaha o korektní odhad okamžikové hodnoty intenzity úmrtnosti (rizikové funkce), jedná se o problém často přehlížený jak demografy, tak aktuary. V nejkročilejším věku jsou míry úmrtnosti tak vysoké, že je nemožné předpokládat, že počty zemřelých jsou rovnoměrně rozděleny během studovaných jednoletých intervalů. Za tohoto předpokladu dochází ve výsledku k podhodnocení odhadů měř úmrtnosti v nejvyšších věcích. Konečně třetí problém analýzy se pojí s faktem, že starší lidé mají tendenci zaokrouhlovat svůj věk nahoru a tím nadhodnocovat skutečný věk. V USA tento fakt mohl negativně ovlivnit odhady měř úmrtnosti v minulosti.

## VÝPOČET PROGNÓZ ÚMRTNOSTI ZA POUŽITÍ INFORMACÍ Z PROVEDENÉ ANALÝZY

V předchozích částech tohoto článku bylo doloženo, že klasický Gompertzův model může být užíván pro modelování úmrtnosti až do vysokých věků. Rozšíření tohoto modelu až do věku 106 let se ukázalo být přípustné při konstrukci úmrtnostních tabulek pro většinu zemí, protože do tohoto věku přežívá jen velmi malý počet osob, a to i v zemích s obecně nízkou úrovní úmrtnosti. Provedená faktorová analýza změn ve vývoji úmrtnosti ukázala, že její složka závislá na věku (senescenční úmrtnost) v současné době vytrvale klesá a zatím nejsou patrné žádné známky zpomalování tempa tohoto poklesu. Toto zjištění v praxi znamená, že tradiční metoda Lee-Carter je využitelná pro výpočet prognózy úmrtnosti. Dále studie vývoje úmrtnosti za užití faktorové analýzy doložila, že úmrtnostní trendy probíhající od roku 1980 mohou být očekávány i po roce 2011, a to pro obě pohlaví. Jak je vidět na grafu 5, úmrtnost švédských mužů vyjádřená v logaritmickém měřítku po roce 1980 klesá prakticky lineárně s ob-

dobným sklonem pro studované věky. Tuto vlastnost lze využít při modelování poklesu úmrtnosti po roce 2010 za předpokladu konstantních změn úmrtnosti (v logaritmickém měřítku) pro uvažované věky. Vývojové trendy úmrtnosti švédských žen po roce 1980 vykazují obdobný charakter, ačkoli rychlost poklesu je v jejich případě nižší.

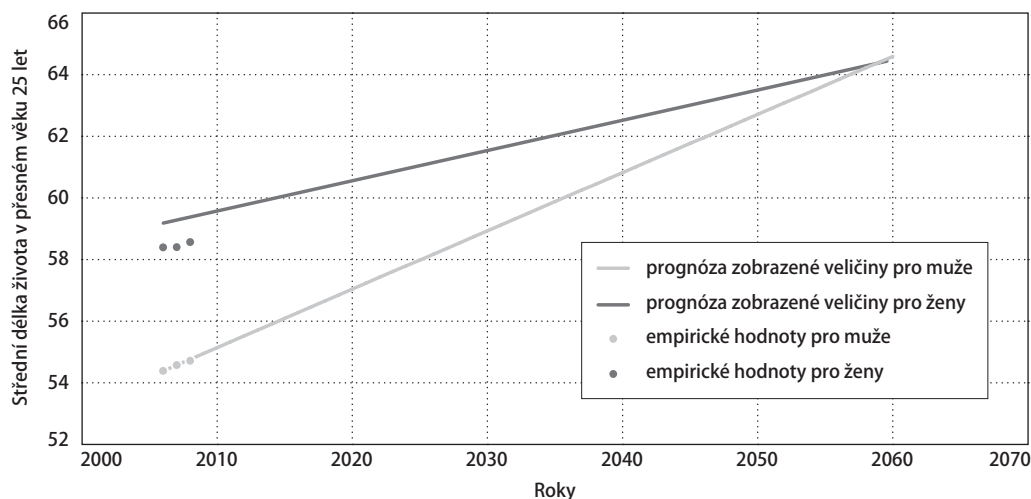
Na základě pozorovaných trendů bylo odhadnuto, že pokles úmrtnosti v případě švédských mužů dosahuje v průměru 2 % ročně, pro ženy pak 1 % ročně. Při výpočtech předpokládáme, že tato tempa poklesu zůstávají pro obě pohlaví neměnná v čase a neliší se v různých věkových skupinách. Zmíněná rozdílná rychlost poklesu úmrtnosti pro muže a ženy během uplynulých 3 desetiletí je pravděpodobně zodpovědná za zmenšující se rozdíl střední délky života pro obě pohlaví pozorovaný v posledních letech ve většině vyspělých zemí (*Glei – Horiuchi, 2007*).

Dále předpokládáme, že úmrtnost ve vyšším věku nadále odpovídá Gompertzovu zákonu, jak bylo ukázáno v předchozí části. Zároveň nebudeme přistupovat k zakončení úmrtnostní tabulky v nějakém předem pevně určeném věku (např. 110 let), jak je běžně činěno v demografických prognózách. V našem přístupu se věk posledního úmrtí ve studované populaci posouvá do vyššího věku jako důsledek pokračujícího poklesu úmrtnosti. S přihlédnutím ke všem uvedeným předpokladům byly konstruovány prognózy úmrtnosti pro příštích 50–60 let.

Pro výpočet populační prognózy Švédska do roku 2060 byla použita tradiční kohortně-komponentní metoda (*Preston – Heuveline – Guillot, 2001*) bez zahrnutí migrace a za předpokladu neměnných specifických plodností (aby bylo možné zhodnotit dopad změn v úrovni úmrtnosti na růst počtu obyvatel a proces demografického stárnutí). Pro výpočty prognózy a budoucí střední délky života byla využita oficiální data o věkové a pohlavní struktuře švédské populace v roce 2005, specifické míry plodnosti a úmrtnostní tabulky ze stejného roku. Naše prognóza střední délky života za použití uvedeného postupu je optimističtější než dosud publikované odhady většiny demografů (*Waldron, 2005*). Podle našich prognóz by střední délka života při narození mohla dosáhnout hranice 90 let v roce 2070. Dalším rozdílem mezi našimi výsledky a dosud existujícími prognózami je předpoklad zmenšujícího se rozdílu v hodnotě střední délky živo-

Graf 9: Prognóza trendů střední délky života v dospělém věku 25 let pro švédské muže a ženy

Projected trends of adult life expectancy (at age 25) for Swedish men and women

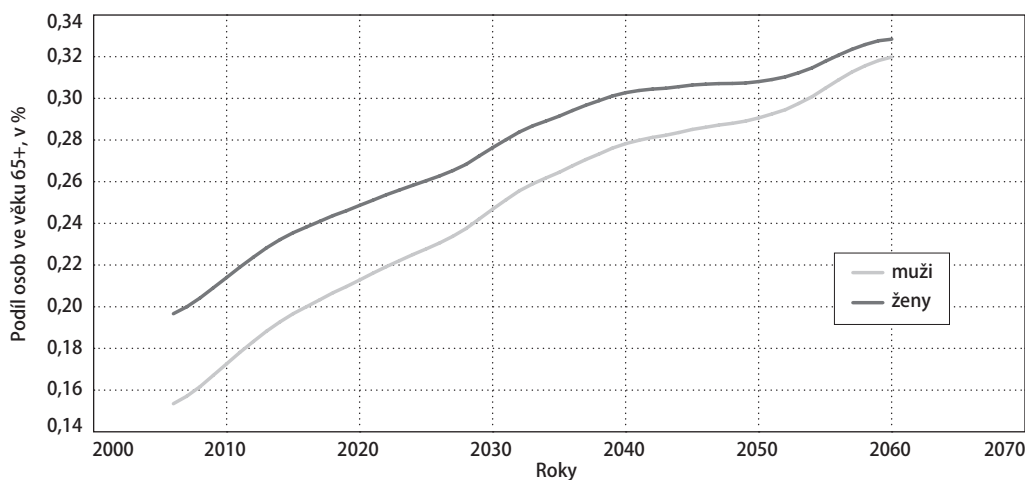


ta pro muže a ženy. Pokud současné trendy ve vývoji úmrtnosti budou pokračovat, dá se očekávat, že v roce 2059 by střední délka života mužů mohla dosáhnout již vyšších hodnot než v případě žen. Graf 9 ukazuje očekávané trendy hodnot střední délky života osoby ve věku 25 let pro švédské muže a ženy spolu s pozorovanými hodnotami převzatými z Human Mortality Database. Je zřejmé, že naše metoda vykazuje dob-

rou shodu s reálnými daty v případě mužů, zatímco pro ženy jsou projektované hodnoty střední délky života nadhodnocené proti pozorovaným. Uvedené nadhodnocení signalizuje, že zvolené tempo poklesu úmrtnosti (1 % ročně) je pomalejší v případě těchto věkových skupin, které nejsou uvažovány v naší analýze (pravděpodobně ve věkových skupinách nad 90 let). Ačkolí jsme připravili prognózy až do roku 2070, dá

Graf 10: Očekávané změny podílu osob starších 65 let v čase, Švédsko

Projected changes in the share of older persons in the Swedish population



se očekávat, že pozorovaný trend poklesu úmrtnosti bude pokračovat v příštím desetiletí, po roce 2020 pak s možnými dosud neznámými změnami. Pokud tomu tak bude, pak by prognózovaná střední délka života při narození v roce 2020 dosáhla hodnoty 81,53 let pro muže a 85,16 let pro ženy s teoretickou možností o něco nižší hodnoty v případě žen. Tím by se rozdíl v hodnotách střední délky života pro obě pohlaví mohl snížit ze čtyř let v roce 2006 na hodnotu 3,5 v roce 2020.

Tyto změny v hodnotách střední délky života budou mít významný dopad na proces stárnutí populace. Rostoucí dlouhověkost zvýší rychlost postupujícího demografického stárnutí. Graf 10 ukazuje růst podílu osob starších 65 let ve švédské populaci. Je z něj patrné, že v nejbližší budoucnosti Švédsko zaznamená rychlé stárnutí populace, projektovaný podíl osob starších 65 let dosahuje pro rok 2030 již 25 % pro muže a 28 % pro ženy (v současné době tento podíl činí 17, resp. 21 %). Zároveň je možné očekávat, že současné rozdíly mezi stupněm stárnutí populace mužů a žen se do roku 2055 podstatně sníží.

## ZÁVĚR

V článku bylo doloženo, že použití faktorové analýzy a několika základních předpokladů o vývoji úmrtnosti z hlediska věku a času umožnilo provést netriviální, ale pravděpodobně docela realistické (alespoň pro nejbližší budoucnost) odhady budoucího vývoje tohoto procesu. Je zřejmé, že možnosti navrženého postupu prognózování úmrtnosti se budou pro jednotlivé populace lišit, protože každá země může procházet specifickým vývojem a strukturou faktorů stojících za poklesem úmrtnosti v čase. Na druhou stranu naše předchozí studie dokázaly, že dvoufaktorový model je pozorovatelný pro vět-

šinu vyspělých států. Tento přístup předpokládá, že nedojde k žádným změnám ve vývoji průběhu úmrtnosti v dalších letech. To je pravděpodobně příliš zjednodušující pohled. Úmrtnost v nejvyšších věkových skupinách může být v budoucnu zasažena řadou různých tendencí a změn. Na jednu stranu předpokládaný nárůst dlouhověkosti a technologií zpomalujících stárnutí je schopen zbrzdit tento postupující proces a vyústit do významného poklesu úmrtnosti ve vysokém věku (*Illes – de Grey – Rae, 2007*), zároveň však epidemie obezity a diabetu ve vyspělých zemích může zmíněný pokles úmrtnosti v budoucnu zpomalit (*Olshansky et al., 2005*). Tyto protichůdné trendy mohou ovlivnit vývoj změn úmrtnosti v nadcházejících desetiletích a zasáhnout i do procesu demografického stárnutí vyspělých zemí. Z prezentovaných prognóz vývoje úmrtnosti plyne jeden důležitý závěr: předpokládaný zásadní pokles úrovně úmrtnosti nevyústí v přelidnění. Bez změn v úrovni migrace a plodnosti by původní švédská populace začala početně ubývat po roce 2025. Navíc bylo ukázáno, že populační změny jsou překvapivě pomalé v reakci na dramatické prodloužení délky lidského života. Kohortně-komponentní metoda prognózování byla aplikována na populaci Švédska v roce 2005, a to s respektem k několika různým scénářům prodloužení délky života za zachování úrovně plodnosti podle věku zaznamenané v roce 2005. I pro velmi vzdálené horizonty prognózy (100 let) a s nejradikálnějším předpokladem prodloužení lidského života (očekávající zastavení dalšího stárnutí po dosažení věku 60 let) by se celková velikost studované populace zvýšila jen o 22 % (*Gavrilov – Gavrilova, 2010*). Lze tedy konstatovat, že budoucí prodloužení délky lidského života nepovede k výraznému nárůstu celkové velikosti populace, ačkoli podstatně urychlí proces demografického stárnutí.

## Poděkování

Tento příspěvek byl částečně podpořen U. S. National Institute on Aging<sup>19)</sup> (číslo grantu R01 AG028620). Zároveň jsme velmi vděční dvěma recenzentům posuzujícím tento text za užitečné komentáře a návrhy, které přispěly k jeho zlepšení.

19) Národní institut pro výzkum stárnutí.

**Literatura**

- Austad, S. N. 2001. "Concepts and theories of aging." In *Handbook of the biology of aging*, ed. E. J. Masoro, S. N. Austad, s. 3–22. San Diego: Academic Press.
- Bell, F. C. – A. H. Wade – S. C. Goss. 1992. *Life Tables for the United States Social Security Area 1900-2080. Actuarial Study No.107*. Baltimore, MD: U. S. Department of Health and Human Services.
- Bongaarts, J. 2005. "Long-range trends in adult mortality: Models and projection methods." *Demography*, 42 (1), s. 23–49.
- Bongaarts, J. 2009. "Trends in senescent life expectancy." *Population Studies: A Journal of Demography*, 63 (3), s. 203–213.
- Bourgeois-Pichat, J. 1952. "Essai sur la mortalité biologique de l'homme." *Population*, 7 (3), s. 381–394.
- Bourgeois-Pichat, J. 1979. "Future outlook for mortality decline in the world." In *Prospects of Population: Methodology and Assumption*, s. 227–266. NY: United Nations.
- Bronikowski, A. M. – S. C. Alberts – J. Altmann – C. Packer – K. D. Carey – M. Tatar. 2002. "The aging baboon: comparative demography in a non-human primate." *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, 99, s. 9591–9595.
- Bronikowski, A. M. – J. Altmann – D. K. Brockman – M. Cords – L. M. Fedigan – A. Pusey – T. Stoinski – W. F. Morris – K. B. Strier – S. C. Alberts. 2011. "Aging in the Natural World: Comparative Data Reveal Similar Mortality Patterns Across Primates." *Science*, 331 (6022), s. 1325–1328.
- Carey, J. R. – P. Liedo – D. Orozco – J. W. Vaupel. 1992. "Slowing of mortality-rates at older ages in large medfly cohorts." *Science*, 258 (5081), s. 457–461.
- Carnes, B. A. – S. J. Olshansky. 1997. "A biologically motivated partitioning of mortality." *Experimental Gerontology*, 32 (6), s. 615–631.
- Caselli, G. – L. Pozzi – J. W. Vaupel – L. Deiana – G. Pes – C. Carru – C. Franceschi – G. Baggio. 2006. "Family clustering in Sardinian longevity: A genealogical approach." *Experimental Gerontology*, 41 (8), s. 727–736.
- Curtsinger, J. W. – H. Fukui – D. Townsend – J. W. Vaupel. 1992. "Demography of genotypes: Failure of the limited life-span paradigm in *Drosophila melanogaster*." *Science*, 258, s. 461–463.
- Curtsinger, J. W. – N. S. Gavrilova – L. A. Gavrilov. 2006. "Biodemography of Aging and Age-Specific Mortality in *Drosophila melanogaster*." In *Handbook of the Biology of Aging*, ed. E. J. Masoro, S. N. Austad, s. 261–288. San Diego: Academic Press.
- Gavrilov, L. A. – N. S. Gavrilova. 1979. "Historical perspective on the kinetics of human mortality." *Proc. Acad. Sci. USSR [Doklady Akademii Nauk SSSR]*, 245 (4), s. 1017–1020.
- Gavrilov, L. A. – N. S. Gavrilova. 1991. *The Biology of Life Span: A Quantitative Approach*. New York: Harwood Academic Publisher.
- Gavrilov, L. A. – N. S. Gavrilova. 2006. "Reliability Theory of Aging and Longevity." In *Handbook of the Biology of Aging*, ed. E. J. Masoro, S. N. Austad, s. 3–42. San Diego: Academic Press.
- Gavrilov, L. A. – N. S. Gavrilova. 2010. "Demographic consequences of defeating aging." *Rejuvenation Research*, 13 (2-3), s. 329–334.
- Gavrilov, L. A. – N. S. Gavrilova, V. N. Nosov. 1983. "Human life span stopped increasing: why?" *Gerontology*, 29 (3), s. 176–180.
- Gavrilov, L. A. – V. N. Nosov. 1985. "A new trend in human mortality decline: derectangularization of the survival curve." *Age*, 8 (3), s. 93–93.
- Gavrilova, N. S. – L. A. Gavrilov. 2007. "Search for Predictors of Exceptional Human Longevity: Using Computerized Genealogies and Internet Resources for Human Longevity Studies." *North American Actuarial Journal*, 11 (1), s. 49–67.
- Gleit, D. A. – S. Horiuchi. 2007. "The narrowing sex differential in life expectancy in high-income populations: Effects of differences in the age pattern of mortality." *Population Studies-a Journal of Demography*, 61 (2), s. 141–159.
- Gompertz, B. 1825. "On the nature of the function expressive of the law of human mortality and on a new mode of determining life contingencies." *Philos.Trans.Roy.Soc.London A*, 115, s. 513–585.
- Heligman, L. – J. H. Pollard. 1980. "The age pattern of mortality." *J. Inst. Actuaries*, 107, s. 49–80.
- Horiuchi, S. – J. R. Wilmoth. 1998. "Deceleration in the age pattern of mortality at older ages." *Demography*, 35, s. 391–412.
- Human Mortality Database. 2011. <http://www.mortality.org>. cit. 03/14/11. University of California, Berkeley, Max Planck Institute for Demographic Research.
- Illes, J. – A. de Grey – M. Rae. 2007. "Ending aging: The rejuvenation breakthroughs that could reverse human aging in our lifetime." *Nature*, 450 (7168), s. 351–352.
- Kannisto, V. 1988. "On the survival of centenarians and the span of life." *Population Studies: A Journal of Demography*, 42, s. 389–406.



- Kannisto, V. 1994. *Development of Oldest-Old Mortality, 1950-1990: Evidence from 28 Developed Countries*. Odense: Odense University Press.
- Kerlinger, F. N. 1986. *Foundations of Behavioral Research, 3rd edition*. Fort Worth: Holt, Rinehart and Winston, Inc.
- Kimball, A. W. 1960. "Estimation of mortality intensities in animal experiments." *Biometrics*, 16 (4), s. 505–521.
- Lee, R. 2000. "The Lee-Carter method for forecasting mortality, with various extensions and applications." *North American Actuarial Journal*, 4 (1), s. 80–91.
- Lee, R. – T. Miller. 2001. "Evaluating the performance of the Lee-Carter method for forecasting mortality." *Demography*, 38 (4), s. 537–549.
- Lee, R. D. – L. R. Carter. 1992. "Modeling and forecasting United-States mortality." *Journal of the American Statistical Association*, 87 (419), s. 659–671.
- Lindop, P. J. 1961. "Growth rate, lifespan and causes of death in SAS/4 mice." *Gerontologia*, 5, s. 193–208.
- Makeham, W. 1860. "On the law of mortality and the construction of annuity tables." *J. Inst. Actuaries*, 8, s. 301–310.
- Olshansky, S. J. – D. J. Passaro – R. C. Hershov – J. Layden – B. A. Carnes – J. Brody – L. Hayflick – R. N. Butler – D. B. Allison – D. S. Ludwig. 2005. "A potential decline in life expectancy in the United States in the 21st century." *New England Journal of Medicine*, 352 (11), s. 1138–1145.
- Preston, S. H. – P. Heuveline – M. Guillot. 2001. *Demography. Measuring and Modeling Population Processes*. Oxford: Blackwell.
- Rosenwaike, I. – L. F. Stone. 2003. "Verification of the ages of supercentenarians in the United States: Results of a matching study." *Demography*, 40 (4), s. 727–739.
- Sacher, G. A. 1956. "On the statistical nature of mortality, with especial reference to chronic radiation mortality" *Radiology*, 67, s. 250–257.
- Sacher, G. A. 1966. "The Gompertz transformation in the study of the injury-mortality relationship: Application to late radiation effects and ageing." In *Radiation and Aging*, ed. P. J. Lindop, G. A. Sacher, s. 411–441. London: Taylor and Francis.
- Sesso, H. D. – R. S. Paffenbarger – I. M. Lee. 2000. "Comparison of National Death Index and World Wide Web death searches." *American Journal of Epidemiology*, 152 (2), s. 107–111.
- Siler, W. 1979. "Competing-risk model for animal mortality." *Ecology*, 60 (4), s. 750–757.
- Stata Corp. 2009. *Multivariate Statistics Reference Manual*. College Station, TX: Stata Press.
- StataCorp. 2009. *Stata Statistical Software: Release 11*. College Station, TX: StataCorp LP.
- Thatcher, A. R. – V. Kannisto – J. W. Vaupel. 1998. *The Force of Mortality at Ages 80 to 120*. Odense: Odense University Press.
- Uberla, K. 1977. *Faktorenanalyse*. Berlin, Heidelberg, NY: Springer-Verlag.
- Vaupel, J. W. – J. R. Carey – K. Christensen – T. E. Johnson – A. I. Yashin – N. V. Holm – I. A. Iachine – V. Kannisto – A. A. Khazaeli – P. Liedo – V. D. Longo – Y. Zeng – K. G. Manton – J. W. Curtsinger. 1998. "Biodemographic trajectories of longevity." *Science*, 280 (5365), s. 855–860.
- Vincent, P. 1951. "La mortalite des Viellards." *Population*, 6, s. 181–204.
- Waldron, H. 2005. "Literature review of long-term mortality projections." *Social Security Bulletin*, 66 (1), s. 1–26.
- Willcox, D. C. – B. J. Willcox – Q. He – N. C. Wang – M. Suzuki. 2008. "They really are that old: A validation study of centenarian prevalence in Okinawa." *Journals of Gerontology Series A: Biological Sciences and Medical Sciences*, 63 (4), s. 338–349.
- Wilmoth, J. R. – K. F. Andreev – D. Jdanov – D. A. Glej. 2007. "Methods protocol for the Human Mortality Database. Version 5. Available at <http://www.mortality.org/Public/Docs/MethodsProtocol.pdf>"

## LEONID A. GAVRILOV

je absolventem Moskevské státní univerzity v oboru genetiky (Ph.D) a chemie (M.Sc.) se zaměřením na matematické modelování, v současné době je členem Centra pro východoevropská a ruská/eurasijská studia při University of Chicago a Centra pro výzkum stárnutí (Center on Aging). Svůj odborný zájem směřuje především na biodemografii, analýzu úmrtnosti a stárnutí lidských populací, matematické modelování stárnutí a úmrtnosti a genetické aspekty dlouhověkosti. Za svou kariéru jako autor nebo spoluautor publikoval desítky odborných článků, z nejnovějších např. Gavrilova, N. S. – Gavrilov, L. A. **Search for Mechanisms**

of Exceptional Human Longevity (*Rejuvenation Research*, 2010); Gavrilov L. A. – Gavrilova, N. S. **Demographic Consequences of Defeating Aging** (*Rejuvenation Research*, 2010); Gavrilova, N. S. – Gavrilov, L. A. **Genetic Influences in Later Life**. In D. Carr (ed.), *Encyclopedia of the Life Course and Human Development* (2009) a dvě monografie: Gavrilov, L. A. – Gavrilova, N. S. **The Biology of Life Span: A Quantitative Approach** (1991) a Gavrilov, L. A. **Podra Prolongarse la Vida del Hombre?** (1990), je členem mnoha odborných organizací a společností.

## NATALIA S. GAVRILOVA

absolvovala Moskevskou státní univerzitu v oborech chemie (M.S.) a antropologie (Ph.D.) a University of Chicago se zaměřením na výpočetní techniku a počítačové vědy (M.S.). Je členkou Centra pro východoevropská a ruská/eurasijská studia při University of Chicago a Centra pro výzkum stárnutí (Center on Aging). Ve svém výzkumu se zaměřuje především na analýzu dlouhověkosti, úmrtnost a stárnutí, dále se zabývá zdravotním stavem a sexualitou osob ve vyšším věku, populačním vývojem Ruska a metodami analýzy přežívání. Je autorkou nebo spoluautorkou desítek odborných statí, z nejnovějších např. Gavrilova, N. S. – Gavrilov, L. A. **Aging Populations: Russia/Eastern Europe**. In P. Uhlenberg (ed.), *International Handbook of the Demography of Aging* (2009) a jedné monografie: Gavrilov, L. A. – Gavrilova, N. S. **The Biology of Life Span: A Quantitative Approach** (1991).

**Překlad:** Klára Hulíková

## SUMMARY

The increase in the number of people surviving to an advanced age poses a serious challenge to government pension systems in most industrialised societies. In the majority of developed countries fertility has already reached very low levels and has little chance of radical change, so mortality and mortality at advanced ages in particular is the main driving force behind future population changes. Therefore, accurate estimates of mortality at advanced ages are essential to improving forecasts of mortality and the population size of the oldest old age group. In this article we present some new approaches to mortality and population projections at older ages. We apply a modified method of mortality shifting to the population of Sweden and make mortality projections up to 2070. Specifically, we identify the best time interval for identifying the rate of mortality decline to use in mortality extrapolation. In the case of Sweden, the best interval is 1980 through 2008 years for both men and women. For men, the rate of mortality decline was almost twice as high as the rate for women. Finding the best formula for extrapolating mortality for ages beyond 100–105 years

is another important issue in mortality projections given increasing longevity in industrialised countries. Study of several single-year extinct US birth cohorts found that the mortality trajectory at advanced ages follows the Gompertz law up to the age 106 years without significant mortality deceleration. These findings are supported by another study of independent data on siblings of centenarians drawn from verified and accurate US family histories. Using these two simple assumptions (log-linear decline of mortality over time and Gompertz law working at advanced ages), we made mortality projections for Swedish males and females for the next 60 years. According to these projections, life expectancy at age 25 will increase from 54.07 in 2005 to 62.71 in 2050 for men and from 58.20 to 63.50 for women. If this tendency of mortality decline continues then in 2059 life expectancy at age 25 for men may surpass that of women. These advances in life expectancy will not result in population growth and in the absence of migration the 'native' population of Sweden is expected to decline after 2036 (assuming an unchanged birth rate).

# Příloha | APLIKACE FAKTOROVÉ ANALÝZY NA ZMĚNY ÚMRTNOSTI V ČASE

Původní datový soubor pro faktorovou analýzu úmrtnosti byl v naší studii reprezentován sadou švédských transverzálních úmrtnostních tabulek převzatých z Human Mortality Database (*Human Mortality Database*, 2011). Analýza probíhala samostatně za muže a ženy. Hodnoty rizikové funkce pro věky 25–85 let byly spočítány na základě počtů dožívajících se přesného věku ( $l_x$ ) pomocí Sacherova vzorce<sup>20)</sup> (Sacher, 1956). Faktorová analýza byla aplikována na řady věkově specifických hodnot rizikové funkce za roky 1900 až 2008. Byla použita tzv. P-technika faktorové analýzy, kde hodnoty rizikové funkce v různých časových okamžicích jsou uvažovány jako pozorování vstupující do analýzy a hodnoty napříč věky jsou uvažovány jako proměnné. Byla aplikována šikmá rotace promax, protože neobsahuje žádná další omezení

z hlediska ortogonalit faktorů. Tabulka 2 ukazuje hodnoty vlastních čísel a podíl vysvětlené variability úmrtnosti pro nejdůležitějších 5 vytvořených faktorů. Z tabulky je patrné, že první dva faktory společně vysvětlují více než 97 % historické variability úmrtnosti. Tabulka 3 obsahuje hodnoty rotovaných faktorových zátěží (pro rizikovou funkci vybraných věků) prvních dvou faktorů v případě švédských žen. Z tabulky je tak vidět, že první faktor je faktorem „nižších věků“ z důvodu velmi vysokých faktorových zátěží pro míry úmrtnosti ve věcích 25–45 let. Naproti tomu druhý faktor může být nazýván faktorem „vyšších věků“, protože faktorové zátěže jsou vysoké pro míry úmrtnosti ve věcích 65–85 let. Jak vyplývá z grafu 4, první faktor (odpovídající backgroundové úmrtnosti) vykazoval rychlý pokles během období

**Tab. 1: Srovnání kvality Gompertzova a logistického modelu úmrtnosti (za využití bayesovského informačního kritéria, BIC)\* | Comparison of goodness-of-fit (Bayesian Information Criterion, BIC) for Gompertz and logistic models of mortality\***

Generace narozených	Velikost kohorty ve věku 88 let (celkový počet žijících osob v tomto věku)	Bayesovské informační kritérium (BIC)	
		Gompertzův model**	logistický model
1886	111 657	-594776,2	-588049,5
1887	114 469	-625303,0	-618721,4
1888	128 768	-709620,7	-712575,5
1889	131 778	-710871,1	-715356,6
1890	135 393	-724731,0	-722939,6
1891	143 138	-767138,3	-739727,6
1892	152 058	-831555,3	-810951,8
1893	156 189	-890022,6	-862135,9
1894	160 835	-946219,0	-905787,1
1895	165 294	-921650,3	-863246,6

Pozn.: \* Pro odhady byly použity údaje za věkový interval 88–106 let za deset jednotlivých generací narozených v USA, jednalo se o individuální údaje ze systému sociálního pojištění za severní státy USA s očekávanou vyšší přesností a kvalitou dat (pro bližší vysvětlení viz text článku).

\*\* V případech, kdy Gompertzův model lépe odpovídá empirickým údajům než model logistický, jsou jeho hodnoty BIC zřetelně tučně.

20) Pozn. překl.: 
$$\mu_x = \frac{1}{\Delta x} \left( \ln l_{x-\frac{\Delta x}{2}} - \ln l_{x+\frac{\Delta x}{2}} \right) = \frac{1}{2\Delta x} \ln l_{x-\Delta x}$$

1900–1950. Jeho efekt může být doložen obrázkem 2 (křivky úmrtnosti v letech 1925 a 1955). Je patrné, že největší změny vycházející z poklesu backgroundové úmrtnosti jsou pozorovatelné v nižších věcích, zatímco úmrtnost ve vyšším věku zůstávala relativně stabilní. Ke snižování druhého faktoru došlo od

konce 70. let 20. století (graf 4) a efekt tohoto poklesu na úmrtnost je zřejmý při srovnání dat za roky 1955 a 2005. Pokud uvážíme, že graf 2 ukazuje průběh úmrtnosti v semilogaritmickém měřítku, pak je jasné, že absolutní změny úmrtnosti v období 1955–2005 se udály především ve vyšších věcích.

**Tab. 2: Výsledky faktorové analýzy\* aplikované na úmrtnostní data dospělých švédských mužů a žen, 1900–2008**

Results of applying factor analysis\* to adult mortality data of Swedish men and women, 1900–2008

Faktor	Vlastní číslo	Podíl vysvětlené variability	Kumulovaný podíl vysvětlené variability
<b>muži</b>			
Faktor 1	53,424	0,8766	0,8766
Faktor 2	5,888	0,0966	0,9732
Faktor 3	0,671	0,0110	0,9842
Faktor 4	0,229	0,0038	0,9880
Faktor 5	0,079	0,0013	0,9893
<b>ženy</b>			
Faktor 1	55,356	0,9078	0,9078
Faktor 2	4,813	0,0789	0,9867
Faktor 3	0,319	0,0052	0,9919
Faktor 4	0,119	0,0020	0,9939
Faktor 5	0,035	0,0006	0,9944

Pozn.: \* Proměnné obsahovaly hodnoty rizikové funkce pro věky 25–85 let; při faktorové analýze byla použita rotace promax.

**Tab. 3: Rotované faktorové zátěže (pro hodnoty rizikové funkce ve vybraných věcích) prvních dvou faktorů po aplikaci faktorové analýzy na historické změny úmrtnosti švédských žen**

Rotated factor loadings (for hazard rates at selected ages) for the first two factors after applying factor analysis to historical mortality changes of Swedish women

Věk	Faktorové zátěže pro faktor 1	Faktorové zátěže pro faktor 2
25	1,0005	-0,0145
35	0,9546	0,0576
45	0,7706	0,2863
55	0,5806	0,4941
65	0,2856	0,7698
75	0,0716	0,9439
85	-0,0080	0,9938